

УДК 621.771

Фирсова Т. И.  
Кузьмина О. М.**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТЕРИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ ПО БАЗОВЫМ ЗНАЧЕНИЯМ ПРОЦЕССА ПРОКАТКИ**

Метод физического моделирования как метод научного познания реализуется при помощи критериев подобия – безразмерных величин, характеризующих исследуемое явление. Метод заключается в создании лабораторной физической модели явления или процесса и проведении экспериментов на этой модели. Полученные при этом данные распространяются затем на явление в реальных масштабах – натуру. Метод может дать надёжные результаты лишь в случае соблюдения физического подобия реального явления и модели. Следует, однако, заметить, что надёжность результатов моделирования зависит, прежде всего, от качества критериев подобия – их научной обоснованности. Несмотря на то, что проблемы построения критериев занимали исследователей не один десяток лет и этим проблемам посвящена не одна сотня работ, интерес к таким задачам не утрачен [1, 2]. Помимо того, что возникают новые процессы, исследуются новые явления, всегда остается место для переосмысления уже полученных, опробованных систем критериев подобия.

Моделирование процесса прокатки и системы подобия, включающие геометрические, микрогеометрические (или условия на контакте), кинематические, реологические и др. критерии подобия, наиболее полно и обоснованно представлены в работах [3, 4].

Целью настоящего исследования является разработка методики определения критерия кинематического подобия для процесса прокатки по базовым значениям параметров очага деформации с учетом реологических свойств деформируемого металла.

Для решения поставленной задачи воспользуемся функциональной зависимостью, синтезирующей уравнения равновесия, физические уравнения связи, условия Коши на поверхности и другие фундаментальные соотношения механики сплошной среды. В качестве такой функциональной зависимости используем основное энергетическое уравнение для очага деформации, справедливое для любой сплошной среды [5], которое для несжимаемой деформируемой среды записывается идентично для модели и природы в форме:

$$\int \int \int \int_w \sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \cdot dw = \int \int_F p_{ni} \cdot V_i dF, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – поле напряжений, удовлетворяющее дифференциальному уравнению равновесия внутри тела;

$W$  – объем очага деформации;

$p_n, V_n$  – нормальное давление и проекция скорости на нормаль  $n$  к контактной поверхности площадью  $F$ ;

$V_\tau$  – проекция вектора скорости на направление касательной к поверхности;

$H$  – интенсивность скоростей деформации сдвига;

$T$  – интенсивность касательных напряжений.

Под базовыми в данном исследовании будем понимать средние значения геометрических, кинематических и силовых параметров по очагу деформации, при переходе к которым левая часть уравнения (1) преобразуется к виду:

$$\int \int \int \int_w \sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \cdot dw = \sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} \cdot H_{cp} \cdot L_0 \cdot B_{cp}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{cp}$  и  $\dot{\epsilon}_{cp}$  – средние значения сопротивления деформации и скорости деформации по очагу;

$H_{cp}, B_{cp}$  – средние значения высоты и ширины полосы;

$L_{\partial}$  – длина геометрического очага деформации.

Для процесса прокатки высоких полос правую часть (1) можно записать в виде:

$$\iint_F p_{ni} \cdot V_i dF \approx \iint_F p_y \cdot V_y dF = p_{cp} \cdot V_{\partial} \cdot B_{cp} \cdot (H_o - h), \quad (3)$$

где  $p_{cp}$  – среднее контактное давление на границе полоса – валок;

$V_{\partial}$  – окружная скорость вала;

$H_o, h$  – соответственно начальная и конечная высоты полосы.

Из выше приведенных преобразований следует, что взаимосвязь между средними характеристиками процесса прокатки высоких полос имеет вид:

$$\sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} = \frac{p_{cp} \cdot V_{\partial} \cdot (H_o - h)}{H_{cp} \cdot L_{\partial}}. \quad (4)$$

Согласно теории подобия, выражению (4) будет соответствовать комплекс:

$$\frac{\sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} \cdot H_n}{p_{cp} \cdot V_{\partial}} = idem = 1, \quad (5)$$

где  $H_n$  – геометрический параметр полосы.

Безразмерный комплекс (5) объединяет энергосиловые и кинематические параметры очага деформации и аналогичные параметры инструмента – вала. Это равенство должно выполняться как для натурной, так и для модели.

Этот комплекс распадается на два симплекса:

$$\frac{\dot{\epsilon}_{cp} \cdot H_n}{V_{\partial}} = idem, \quad (6)$$

$$\frac{\sigma_{cp}}{p_{cp}} = idem. \quad (7)$$

Безразмерный симплекс (6), связывающий геометрические характеристики полосы, величину средней скорости деформации по очагу  $\dot{\epsilon}_{cp}$  и величину скорости вала  $V_{\partial}$ , является критерием кинематического подобия, определенным по базовым параметрам процесса прокатки и накладывающим ограничения только на отношение параметров  $V_{\partial}$  и  $\dot{\epsilon}_{cp}$ :

$$\pi_k = \left[ \frac{\dot{\epsilon}_{cp} \cdot H}{V_{\partial}} \right]_H = \left[ \frac{\dot{\epsilon}_{cp} \cdot H}{V_{\partial}} \right]_M. \quad (8)$$

При известных геометрических размерах натурного процесса, скорости вала и рассчитана средняя скорость деформации по предложенной выше методике, то скорость вала модели после выбора материала модели определяется по формуле:

$$V_{\partial}^M = V_{\partial}^H \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{cp}^M \cdot H^M}{\dot{\epsilon}_{cp}^H \cdot H^H} = V_{\partial}^H \cdot \frac{\dot{\epsilon}_{cp}^M}{\dot{\epsilon}_{cp}^H \cdot n}, \quad (9)$$

где  $n$  – коэффициент геометрического подобия.

Скорость вала при моделировании процесса прокатки должна быть в  $\dot{\epsilon}_{cp}^H \cdot n / \dot{\epsilon}_{cp}^M$  раз меньше.

Все формулы для расчета средней скорости деформации по очагу, известные в литературе, базируются только на геометрических параметрах очага деформации и не учитывают реологических свойств деформируемого металла.

В данной работе предложена методика расчета средней скорости деформации по очагу деформации процесса прокатки металлов с учетом их реологических свойств. Методика основана на значениях средних степеней и скоростей деформации. Семейство пластометрических кривых, схематично представленное на рис. 1, перестраивается в координатах  $\sigma - \dot{\epsilon}$ , рис. 2. Сплошной линией выделена кривая, соответствующая принятой за среднее значение степени деформации по очагу,  $\bar{\epsilon}_{cp} = 0,3$ . Из выражения (4):

$$\sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} = \frac{k_h \cdot p_{cp} \cdot V_B}{H_{cp}} = A_1, \tag{10}$$

где  $k_h = \frac{H_o - h}{L_o}$  – безразмерный коэффициент, зависящий от соотношений геометрических размеров полосы и принимающий равные значения для природы и модели при соблюдении геометрического подобия.

Семейство пластометрических кривых  $\sigma - \bar{\epsilon}$  представлено на рис. 1. По оси абсцисс отложено среднее значение степени деформации  $\bar{\epsilon}$  (от 0 до 0,6), по оси ординат – напряжение  $\sigma$  в МПа (от 0 до 80). Три кривые соответствуют различным значениям скорости деформации:  $\dot{\epsilon} = 10 \text{ c}^{-1}$  (верхняя),  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ c}^{-1}$  (средняя) и  $\dot{\epsilon} = 0,3 \text{ c}^{-1}$  (нижняя). Каждая кривая имеет характерный пик, который смещается вправо по мере увеличения скорости деформации.

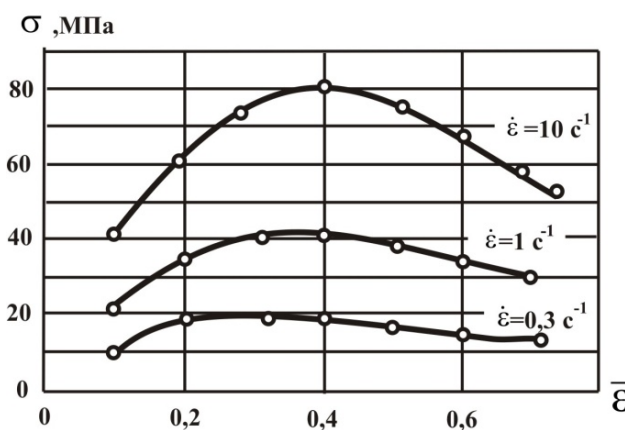


Рис. 1. Схематическое семейство пластометрических кривых  $\sigma - \bar{\epsilon}$

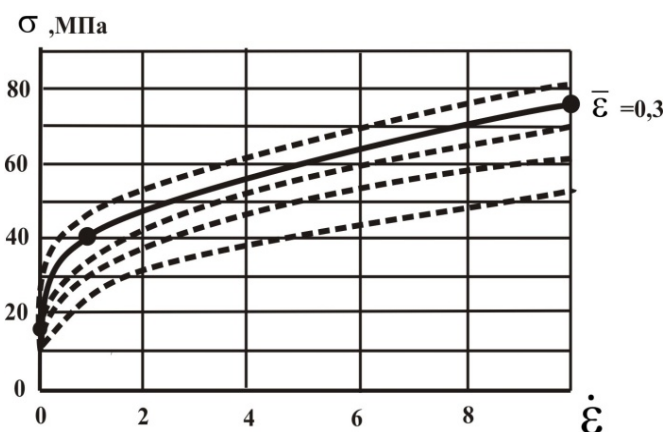
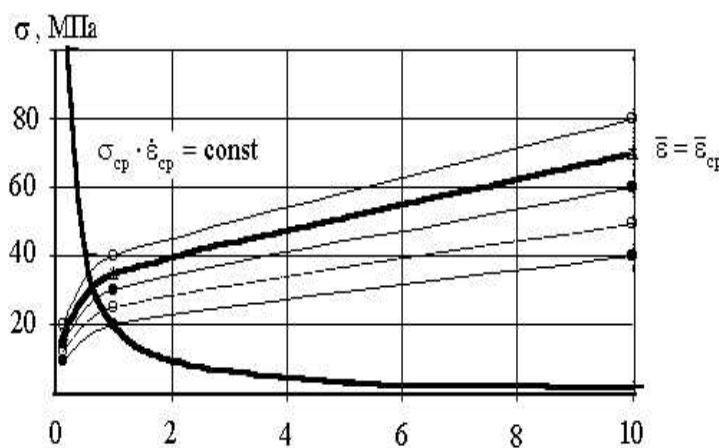


Рис. 2. Семейство кривых  $\sigma - \dot{\epsilon}$

Из (10) следует, что при известных  $p_{cp}$ ,  $H_{cp}$ ,  $V_B$  для стационарной стадии процесса:

$$\sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} = A_1 = const. \tag{11}$$

Зависимость  $\sigma_{cp} \cdot \dot{\epsilon}_{cp} = A_1$  в координатах  $\sigma - \dot{\epsilon}$  – это гипербола, пересекающая каждую линию семейства  $\sigma - \dot{\epsilon}$  ( $\bar{\epsilon} = const$ ) (рис. 3).

Рис. 3. Зависимость  $\sigma_{cp} \cdot \dot{\varepsilon}_{cp} = A_1$ 

Значения  $\sigma$  и  $\dot{\varepsilon}$ , удовлетворяющие соотношению  $\sigma_{cp} \cdot \dot{\varepsilon}_{cp} = const$ , определяются в окрестности точки пересечения гиперболы и пластометрической кривой, соответствующей  $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{cp}$ . По средней скорости деформации рассчитывается  $\sigma_{cp}^M$ .

### ВЫВОДЫ

В статье представлена методика определения критерия кинематического подобия, полученного из энергетического баланса очага деформации при переходе к базовым (средним по очагу) значениям параметров, для случая процесса прокатки высоких полос. Критерий связывает скорость вала, среднюю скорость по очагу деформации и геометрические параметры полосы.

Разработана методика определения средней скорости деформации по очагу деформации с учетом реологических свойств деформируемого металла.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильюшин А. А. *Механика сплошной среды* / А. А. Ильюшин. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
2. Целиков А. И. *Теория прокатки* / А. И. Целиков, А. И. Гришков. – М.: *Металлургия*, 1970. – 358 с.
3. Крейдлин Н. Н. *Расчет обжатий при прокатке* / Н. Н. Крейдлин. – М.: *Металлургиздат*, 1963. – 243 с.
4. Ekelund S. *The Analysis of Factors Influencing Rolling Pressure and Power Consumption in the Hot Rolling of Steel* / S. Ekelund. – *Steel*. – № 93. – 1933. – P. 8–14. (translated from *Jernkontorets Ann*, February 1927).
5. Качанов Л. М. *Основы теории пластичности* / Л. М. Качанов. – М.: *Наука*, 1969. – 420 с.

### REFERENCES

1. Ilyushin A. A. *Mekhanika sploshnoy sredy* / A. A. Ilyushin/ – M.: Izd-vo MGU, 1990. – 310 s.
2. Tselikov A. I. *Teoriya prokatki* / A. I. Tselikov, A. I. Grishkov. – M.: *Metallurgiya*, 1970. – 358 s.
3. Kreydlin N. N. *Raschet obzhatiy pri prokatke* / N. N. Kreydlin. – M.: *Metallurgizdat*, 1963. – 243 s.
4. Ekelund S. *The Analysis of Factors Influencing Rolling Pressure and Power Consumption in the Hot Rolling of Steel* / S. Ekelund. – *Steel*. – № 93. – 1933. – P. 8–14. (translated from *Jernkontorets Ann*, February 1927).
5. Kachanov L. M. *Osnovoyi teoriiy plastichnosti* / L. M. Kachanov – M.: *Nauka*, 1969. – 420 s.

Фирсова Т. И. – ст. науч. сотр. НМетАУ

Кузьмина О. М. – канд. техн. наук, доц. НМетАУ

НМетАУ – Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск.

E-mail: [olgakuzmina@bk.ru](mailto:olgakuzmina@bk.ru)

Статья поступила в редакцию 24.09.2014 г.